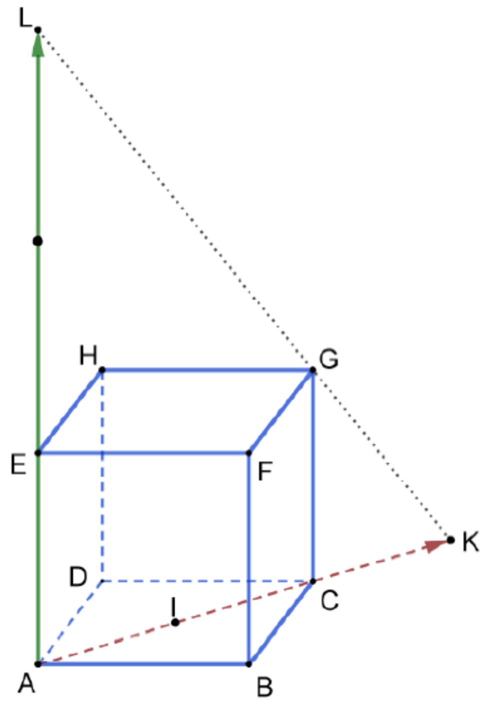
Correction des exercices : 51 - 57 - -63 – 69 - 70 - 73 - 76 – 79 – 80 - 81 p 66 à 69 – Nov 2025

Exercice1 :

51 **1.**



2. a. $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE}$.

b. $\overrightarrow{KG} = \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AG}$

$= \frac{-3}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE}$

$= \frac{-1}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE}$.

3. a. $\overrightarrow{KL} = \frac{-3}{2}\overrightarrow{AC} + 3\,\overrightarrow{AE}$.

b. $\overrightarrow{KL} = 3\,\overrightarrow{KG}$, donc les vecteurs $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{KG}$ sont colinéaires. On en déduit que les points K, G et L sont alignés.

Exercice2 :

57 **1.** $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ}$

$= \frac{-1}{2}\,\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AC}$ car I et J sont les milieux respectifs de [AB] et [AC]

2. $\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{KD} + \overrightarrow{DL}$

$= \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\,\overrightarrow{DC}$ car K et L sont les milieux respectifs de [AD] et [DC]

$= \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AC}$

3. $\overrightarrow{IJ} - \overrightarrow{KL} = \frac{-1}{2}\,\overrightarrow{AB}$, donc les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont coplanaires.

Exercice3 :

63 **1.** On a $\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{EK} = 6\overrightarrow{AB} + 2\,\overrightarrow{AD} - 4\,\overrightarrow{AE}$.

2. $\overrightarrow{EK} = 2\overrightarrow{EG} + 4\,\overrightarrow{EB}$.

3. Les vecteurs $\overrightarrow{EK}$, $\overrightarrow{EG}$ et $\overrightarrow{EB}$ sont coplanaires.

4. Les points B, E, G et K sont donc coplanaires.

Exercice4 :

69 **1.** $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IS} + \overrightarrow{SJ} = \frac{1}{3}\,\overrightarrow{AS} + \frac{1}{3}\,\overrightarrow{SB} = \frac{1}{3}\,\overrightarrow{AB}$, donc les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

$\overrightarrow{JK} = \overrightarrow{JS} + \overrightarrow{SK} = \frac{1}{3}\,\overrightarrow{BS} + \frac{1}{3}\,\overrightarrow{SC} = \frac{1}{3}\,\overrightarrow{BC}$, donc les vecteurs $\overrightarrow{JK}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires.

2. $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{JK}$ sont deux vecteurs non colinéaires du plan (IJK) qui sont respectivement égaux à $\frac{1}{3}\,\overrightarrow{AB}$ et $\frac{1}{3}\,\overrightarrow{BC}$, deux vecteurs non colinéaires du plan (ABC). On en déduit que les plans (IJK) et (ABC) sont parallèles.

Exercice5 :

70 **1.** D'une part, $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EI} = \overrightarrow{AE} + \frac{1}{3}\,\overrightarrow{AD}$.

D'autre part, $\overrightarrow{BL} = \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FL} = \overrightarrow{AE} + \frac{1}{3}\,\overrightarrow{AD}$.

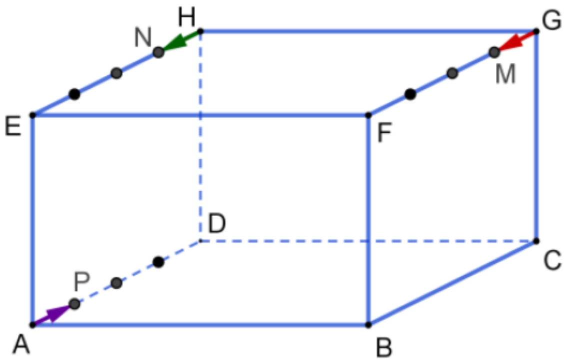
On en déduit que $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BL}$.

2. a. On a $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{4}\,\overrightarrow{EF} - \frac{1}{3}\,\overrightarrow{FG}$ et $\overrightarrow{KL} = \frac{1}{2}\,\overrightarrow{EF} - \frac{2}{3}\,\overrightarrow{FG}$.

b. $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{IJ}$ sont deux vecteurs non colinéaires du plan (AIJ) qui sont respectivement égaux à $\overrightarrow{BL}$ et $\frac{1}{2}\,\overrightarrow{KL}$, deux vecteurs non colinéaires du plan (BKL). On en déduit que les plans (AIJ) et (BKL) sont parallèles.

Exercice6 :

73 **1.**



2. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{EN}$

$= \frac{-1}{4}\overrightarrow{GF} + \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{GH} - \frac{3}{4}\overrightarrow{GF}$

$= \overrightarrow{GH}$

3. D'une part, $\overrightarrow{PH} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AH} = \frac{-1}{4}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AH}$.

D'autre part, $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HN} = \frac{-1}{4}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AH}$.

On en déduit que $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{GH}$ et $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{PH}$.

$\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{AN}$ sont deux vecteurs non colinéaires du plan (AMN) qui sont respectivement égaux à $\overrightarrow{GH}$ et $\overrightarrow{PH}$, deux vecteurs non colinéaires du plan (GHP). On en déduit que les plans (AMN) et (GHP) sont parallèles.

Exercice7 :

76 **1.** On a $\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{EJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{IF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE}$.

2. $\frac{1}{4}\overrightarrow{EG} - \overrightarrow{EJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{IF}$.

3. Les vecteurs $\overrightarrow{IF}$, $\overrightarrow{EG}$ et $\overrightarrow{EJ}$ sont donc coplanaires.

Or $(\overrightarrow{EG}, \overrightarrow{EJ})$ est une base du plan (EGJ), donc la droite (IF) est parallèle au plan (EGJ).

Exercice8 :

79 **1.** A, B et C sont trois points non alignés, donc $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ est une base du plan (ABC).

2. a. (AI) et (BC) sont sécantes en I, donc les vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{BC}$ ne sont pas colinéaires.

Ainsi, $(\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{BC})$ est une base du plan (ABC).

b. $(\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AD})$ est une base de l'espace.

3. $\overrightarrow{JC} = \overrightarrow{EI} = -\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AI}$.

Puisque $\overrightarrow{JC}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AI}$ sont coplanaires, $(\overrightarrow{JC}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AI})$ n'est pas une base de l'espace.

Exercice9 :

80 **1. a.** $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

b. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AI} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

2. a. $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.

b. $\overrightarrow{DI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$.

81 **1. a.** E est le milieu de [AD].

b. $\overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{BF}$ et $\overrightarrow{CF}$ sont coplanaires, donc F appartient au plan (ABC).

$\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CG}$ et $\overrightarrow{DG}$ sont coplanaires, donc G appartient au plan (BCD).

2. a. $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

b. $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

c. $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

3. a. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$.

b. $\overrightarrow{EG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AD}$.

Puisque $\overrightarrow{EG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EF}$, les points E, F et G sont alignés.