

Correction : n° 61 à 63 p 143 (Aide)

n° 61 p 143

1) $u_n = n^2 - 2n$ (F.I. du type " $\infty - \infty$ ")

$$= n^2 \left(1 - \frac{2}{n}\right)$$

Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2}{n} = 0$ d'où $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2}{n}\right) = 1$

donc par produit des limites, $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \left(1 - \frac{2}{n}\right) = +\infty$

2) $u_n = -3n^2 + 6n + 7$ (F.I. du type " $-\infty + +\infty$ ")

$$= n^2 \left(-3 + \frac{6}{n} + \frac{7}{n^2}\right)$$

Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = +\infty$

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-3 + \frac{6}{n} + \frac{7}{n^2}\right) = -3$ car $\lim_{n \rightarrow +\infty} -3 = -3$

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{6}{n} = 0$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7}{n^2} = 0$

donc, par produit des limites; $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \left(-3 + \frac{6}{n} + \frac{7}{n^2}\right) = -\infty$

3) $u_n = n^3 - 3n^2 + 2n - 5$ (F.I. du type " $\infty - \infty + \infty$ ")

$$= n^3 \left(1 - \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2} - \frac{5}{n^3}\right)$$

Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^3 = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2} - \frac{5}{n^3}\right) = 1$

donc, par produit des limites, $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$.

$$4) u_n = \frac{3n+5}{n^2-4} \quad (\text{F.I du type } \frac{\infty}{\infty})$$

$$= \frac{n(3 + \frac{5}{n})}{n(n - \frac{4}{n})} = \frac{3 + \frac{5}{n}}{n - \frac{4}{n}}$$

or $\lim_{n \rightarrow +\infty} (3 + \frac{5}{n}) = 3$ car $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5}{n} = 0$

$\lim_{n \rightarrow +\infty} (n - \frac{4}{n}) = +\infty$ car $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4}{n} = 0$

done par quotient des limites; $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$

$$5) u_n = \frac{-2n^2 + 3n + 1}{3n^2 + 5n} \quad (\text{F.I du type } \frac{-\infty}{+\infty})$$

$$= \frac{n^2(-2 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2})}{n^2(3 + \frac{5}{n})} = \frac{-2 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2}}{3 + \frac{5}{n}}$$

or $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-2 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2}) = -2$ car $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3}{n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2} = 0$

$\lim_{n \rightarrow +\infty} (3 + \frac{5}{n}) = 3$ car $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5}{n} = 0$

done par quotient des limites $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-2 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2}}{3 + \frac{5}{n}} = -\frac{2}{3}$

$$6/ \quad u_n = \frac{5+n+n^2}{n} \quad (\text{F.I. du type } \frac{\infty}{\infty})$$

$$= \frac{n \left(\frac{5}{n} + 1 + n \right)}{n} = \frac{5}{n} + 1 + n$$

Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5}{n} = 0$; $\lim_{n \rightarrow +\infty} 1 = 1$; $\lim_{n \rightarrow +\infty} n = +\infty$

donc par somme des limites, $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{5}{n} + 1 + n \right) = +\infty$

N° 62 p 143

1) $u_n = -n^2 + \sqrt{n}$ (F.I. du type " $-\infty + \infty$ ")

$$= n^2 \left(-1 + \frac{\sqrt{n}}{n^2} \right)$$

$$= n^2 \left(-1 + \frac{1}{n\sqrt{n}} \right) \quad \text{car } \frac{\sqrt{n}}{n^2} = \frac{\sqrt{n}}{n \times n} = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n} \times \sqrt{n} \times n} = \frac{1}{n\sqrt{n}}$$

Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = +\infty$

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-1 + \frac{1}{n\sqrt{n}} \right) = -1$ car $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}} = 0$

donc par produit des limites, $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \left(-1 + \frac{1}{n\sqrt{n}} \right) = -\infty$

$$2) u_n = \frac{6\sqrt{n} - n}{\sqrt{n} + n} \quad \left(\text{F.I du type } \frac{-\infty}{+\infty} \right)$$

$$= \frac{n \left(\frac{6}{\sqrt{n}} - 1 \right)}{n \left(\frac{1}{\sqrt{n}} + 1 \right)} = \frac{\frac{6}{\sqrt{n}} - 1}{\frac{1}{\sqrt{n}} + 1}$$

Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{6}{\sqrt{n}} - 1 \right) = -1$ car $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{6}{\sqrt{n}} = 0$

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} + 1 \right) = 1$ car $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$

done, par quotient des limites, $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{6}{\sqrt{n}} - 1}{\frac{1}{\sqrt{n}} + 1} = -1$

$$3) u_n = \frac{n^2}{\sqrt{n}} \quad \left(\text{F.I du type } \frac{\infty}{\infty} \right)$$

$$= \frac{n \times \sqrt{n} \times \sqrt{n}}{\sqrt{n}} = n\sqrt{n}$$

Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} n = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n} = +\infty$

done par produit des limites, $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} n\sqrt{n} = +\infty$

$$4) u_n = \frac{\sqrt{n}}{n^3} \quad \left(\text{F.I du type } \frac{\infty}{\infty} \right)$$

$$= \frac{1 \times \sqrt{n}}{n^2 \times \sqrt{n} \times \sqrt{n}} = \frac{1}{n^2 \sqrt{n}}$$

Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2 \sqrt{n}} = 0$ car $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 \sqrt{n}) = +\infty$

done $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$

M063 p 147

1. $u_n = 5n^3 - 3n^2 + 2\sqrt{n}$ (F.I du type " $\infty - \infty + \infty$ ")
 $= n^3 \left(5 - \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2\sqrt{n}} \right)$

Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^3 = +\infty$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(5 - \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2\sqrt{n}} \right) = 5$$

donc par produit des limites, $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$

2. $u_n = \frac{1}{\sqrt{n}} (-3n + 5)$ (F.I du type " $0 \times \infty$ ")
 $= -\frac{3n}{\sqrt{n}} + \frac{5}{\sqrt{n}} = -3\sqrt{n} + \frac{5}{\sqrt{n}}$

Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-3\sqrt{n}) = -\infty$ car $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n} = +\infty$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{5}{\sqrt{n}} \right) = 0 \quad \text{car} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$$

Donc, par somme des limites; $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-3\sqrt{n} + \frac{5}{\sqrt{n}} \right)$
 $= -\infty$

3. $u_n = \frac{5n^3 - 3n^2 + 2\sqrt{n}}{n}$
 $= \frac{n^3 \left(5 - \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2\sqrt{n}} \right)}{n}$
 $= n^2 \left(5 - \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2\sqrt{n}} \right)$

Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = +\infty$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(5 - \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2 \sqrt{n}} \right) = 5$$

car $\lim_{n \rightarrow +\infty} 5 = 5$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3}{n} = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2}{n^2 \sqrt{n}} = 0$$

Donc par produit des limites

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \left(5 - \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2 \sqrt{n}} \right) = +\infty$$