Correction du n°65 p 216

65 **1.** Pour tout réel x : $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$ puis $g'(x) = 6x^2 - 6x = 6x(x-1)$; $g'(x)$ est un polynôme du second degré ; en utilisant le signe d'un polynôme du second degré, on obtient le signe de $g'(x)$.
Sur $]-\infty; 0[\cup]1; +\infty[$, $g'(x) > 0$ donc g est strictement croissante sur $]-\infty ; 0[$ et strictement croissante sur $]1 ; +\infty[$.
Sur $]0 ; 1[$, $g'(x) < 0$, donc g est strictement décroissante.
2. $g(0) = -1$, c'est le maximum de g sur $]-\infty ; 1]$ donc sur cet intervalle, $g(x) < 0$.
Sur $[1 ; +\infty[$, g est continue, strictement croissante, $g(1) = -2$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$ donc selon le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $g(x) = 0$ possède une unique solution α dans $[1 ; +\infty[$ mais également dans $\mathbb{R}$.
Un encadrement de α à 0,1 près : $1{,}6 < \alpha < 1{,}7$.
3. On en déduit que :

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

4. a. Pour tout réel x de $]-1 ; +\infty[$, $f(x) = \dfrac{1-x}{x^3+1}$ puis $f'(x) = \dfrac{2x^3 - 3x^2 - 1}{(x^3+1)^2} = \dfrac{g(x)}{(x^3+1)^2}$.
b. Comme $(x^3 + 1) > 0$ sur $]-1 ; +\infty[$, le signe de $f'(x)$ est celui de $g(x)$.
Donc sur $]-1 ; \alpha]$, comme $f'(x) \leq 0$, f est décroissante.
Sur $]\alpha ; +\infty[$, comme $f'(x) \geq 0$, f est croissante.

1. Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 7x^2 + 25x$ puis $f'(x) = 3x^2 + 14x + 25$; $f'(x)$ est un polynôme du second degré, de discriminant $\Delta = -104$. Donc $f'(x)$ est du signe du coefficient de x^2, sur $\mathbb{R}$. Pour tout réel x : $f'(x) > 0$ donc f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$. f est continue sur $\mathbb{R}$. f est donc continue sur $[0 ; 2]$ et strictement croissante ; 80 est compris entre $f(0) = 0$ et $f(2) = 86$, donc d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 80$ a une unique solution α dans $[0 ; 2]$.
2. La modification proposée permet de déterminer un encadrement de la solution α d'une équation de type $f(x) = k$ avec k réel quelconque, et non plus seulement du type $f(x) = 0$, par la méthode de dichotomie.
3. L'appel dicho(0,2,80,0.01) renvoie (1.8984375, 1.90625) ; une valeur approchée de α à 0,01 près par défaut est 1,90.